SIMULARE BACALAUREAT M_ŞT-NAT

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=4$ și $a_2=7$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-4x+1=0$. Arătați că $4x_1x_2-(x_1+x_2)=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=\frac{1}{8}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 15.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ şi $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4\sqrt{3}$, $AC=4$ şi $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=xyI_2$, pentru orice numere reale x şi y, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2})=A(27)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=6xy-2x-2y+1$.

5p **a)** Calculați $1\circ\frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.

5p **c)** Calculați $\frac{1}{1008}\circ\frac{2}{1008}\circ\frac{3}{1008}\circ\ldots\circ\frac{2016}{1008}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^4+3}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=-\frac{3(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x^4+3)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $-\frac{1}{4}\leq f(x)\leq\frac{1}{4}$, pentru orice număr real x.

	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-4x+5\right)$.
5p	**a)** Calculați $\int \frac{f(x)}{e^x}\,dx$
5p	**b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.
5p	**c)** Determinați numerele reale a, b și c astfel încât funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x\left(ax^2+bx+c\right)$ este o primitivă a funcției f.