

5

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2023
Clasa a V – a

13

SUBIECTE:

1. Fie numerele:

$$A = 63^n + 7^{n+1} \cdot 3^{2n+1} - 21^n \cdot 3^{2+n} \text{ și } B = 15^{n+1} + 3^{n+1} \cdot 5^{n+2} + 27 \cdot 15^n, n \in \mathbb{N}.$$

a) Arătați că $A + B = 3^n \cdot 13(21^n + 9 \cdot 5^n)$.

(4p)

b) Aflați ultima cifră a lui B.

(3p)

2.

a) Determină numerele naturale a, b și c ($a > b > c$), astfel încât $a^3 + b^3 + c^3 = 216$.

(3p)

b) Arată că numărul 6^{45^2} se poate scrie ca suma a trei cuburi perfecte nenule.

(4p)

3. Scrieți un număr de trei cifre și răsturnatul său. Scădeți din numărul mai mare numărul mai mic. Adunați la rezultat răsturnatul său. Arătați că suma nu depinde de alegerea numărului.

(7p)

4. Verificați dacă există numerele naturale a, b, c ($a < b < c$), astfel încât $a \cdot b \cdot c = 2^{2023}$ și ultima cifră a numărului $3^a + 3^b + 3^c$ să fie egală cu 5. În caz afirmativ, aflați câte astfel de numere verifică condițiile din enunț.

(7p)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.

Timp de lucru: 2 ore.