6

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2023
Clasa a VI – a

V3

BAREM ORIENTATIV de CORECTARE şi NOTARE:

Problema 1: soluție orientativă	Punctaj
$1 \in A \overset{(3)}{\Rightarrow} 1+7=8 \in A$	1p
$8 \in A \overset{(2)}{\Rightarrow} 6 \cdot 8 = 48 \in A$	1p
$48 \in A \overset{(3)}{\Rightarrow} 48+7=55 \in A$	1p
$55 \in A \overset{(2)}{\Rightarrow} 6 \cdot 55 = 330 \in A$	1p
$330 \in A \overset{(3)}{\Rightarrow} 330+7=337 \in A$	1p
$337 \in A \overset{(2)}{\Rightarrow} 6 \cdot 337 = 2022 \in A$	2p

Problema 2: soluție orientativă	Punctaj
$\frac{xy+zy}{2xz} \cdot \frac{3zy}{x^2+xz} = \frac{66}{35} \cdot \frac{55}{28} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{11}{7}$	1p
$\frac{xy+zy}{2xz} \cdot \frac{3z^3}{x^2y+xyz} = \frac{66}{35} \cdot \frac{125}{308} \Rightarrow \frac{z}{x} = \frac{5}{7}$	1p
$x = 7$k, $y = 11$k, $z = 5$k, unde k număr natural nenul	1p
$49k^2 + 121k^2 + 25k^2 = 4875 \Rightarrow k = 5$	2p
$x = 35$, $y = 55$, $z = 25$	1p
$404(x + z - y) + 3 = 404 \cdot 5 + 3 = 2023$	1p

Problema 3: soluție orientativă	Punctaj
Cum AB este diametru obținem că $\widehat{AB} = 180^0$ și cum C mijlocul arcului AB $\Rightarrow$ $\widehat{BC} = 90^0 \Rightarrow \sphericalangle BOC = 90^0$	1p
Din $\sphericalangle BOC = 90^0 = \sphericalangle MOC + \sphericalangle MOB$ și $\sphericalangle MON = 90^0 = \sphericalangle CON + \sphericalangle MOC$ obținem că $\sphericalangle CON \equiv \sphericalangle MOB \Leftrightarrow \widehat{CN} \equiv \widehat{MB}$, dar $\widehat{AC} \equiv \widehat{CB} \Rightarrow \widehat{AN} \equiv \widehat{CM}$	3p
Cum $\sphericalangle CON \equiv \sphericalangle ABQ \Rightarrow \sphericalangle MOB \equiv \sphericalangle ABQ$ (alterne interne), de unde $OM \parallel BQ$	2p
Cum $ON \perp OM \Rightarrow ON \perp BQ$	1p

Problema 4: soluție orientativă	Punctaj
Notăm măsura unghiului $\sphericalangle AOB = 8x$ și măsura unghiului $\sphericalangle BOC = y$	1p
$\sphericalangle AOM = \sphericalangle MOB = 4x$; $\sphericalangle MON = \sphericalangle NOB = 2x$ $\sphericalangle AON = \sphericalangle AOM + \sphericalangle MON = 6x$; $\sphericalangle AOP = \sphericalangle PON = 3x$ $\sphericalangle POC = \sphericalangle BOC + \sphericalangle BON + \sphericalangle PON = y + 5x = 90^0$ (1)	2p
$\sphericalangle MOP = \sphericalangle PON - \sphericalangle MON = x$ $7\sphericalangle BOC = 10\sphericalangle MOP \Leftrightarrow 7y = 10x$ (2)	2p
Din relațiile (1) și (2), obținem y = $20^0 \Rightarrow \sphericalangle BOC = 20^0$ $\Rightarrow \sphericalangle MOP = 14^0$; $\sphericalangle AOB = 112^0$; $\sphericalangle AOC = 132^0$	2p

Notă: Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.