



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, 11 februarie 2023
Clasa a VIII – a



SUBIECTE:

1. Determinați câte numere naturale sunt în intervalul $(\sqrt{m}, \sqrt{2m})$, unde m este valoarea minimă a expresiei $E(x, y) = x^2 + 5y^2 - xy - x - 9y + 2028$, $x, y \in \mathbb{R}$. (7p)

2. Rezolvați în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ecuația $x^4 + 2 = 8xy - 16y^4$. (7p)

3. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat și M un punct pe muchia AC

a) Dacă M este mijlocul lui AC calculați $\cos(\sphericalangle(BM, CD))$; (4p)

b) Arătați că, indiferent de poziția punctului M , raportul $\frac{\cos(\sphericalangle(BM, CD))}{\sin(\sphericalangle ABM)}$ are aceeași valoare. (3p)

4. O foaie dreptunghiulară de hârtie $ABCD$, cu $AD = 4$ cm și $\sphericalangle DCA = 30^\circ$, se îndoaie după diagonala AC , așa încât $(ABC) \perp (ACD)$

a) Determinați distanța de la punctul D la dreapta BC ; (3p)

b) Aflați lungimea segmentului BD în figura formată. (4p)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.

Timp de lucru: 3 ore.